

# Quotient(左の数字を右の数字で割った商)

- ここに上げたのは私が2021年の春に"computability and logic"の本を読んだときに興味を持って作ったプログラムです。一部は練習問題でしたが、解答がないので特に書いてなければ自作です。
- "computability and logic" の Turing machine は一度に一つのことしかできません。Turing machine の中でも原始的なマシンです。例えば「1 を書いて右に動く」操作は、「1 を書く」と「右に動く」の2つの操作になります。よって状態数が大きくなります。また文字は "1" と "0(空白)" しか使いません。
- 「2進法」ではなく「1の個数」で計算します。さらに数字列の左端に移動して終了するのでその為にも状態数が大きくなります。
- 状態の数が多いため遷移図は省略します。(^^;) プログラムの「rule」を御覧ください。
- TuringMachineの仕様は TuringMachine[rules,初期状態,step数] となります。ruleは{q,s}→{q',s',dir} (q:現在の状態,s:ヘッドの下文字,q':次の状態,s':ヘッドが書き込む文字,dir:ヘッドの進む方向:右,左,留の3通りで,+1,-1,0で指定) 初期状態は{{q0,pos},tape} (q0:最初の状態,pos:最初のヘッドの位置,tape:最初のテープの状態) となります。Mathematicaをお持ちの方はもちろんHelpを御覧ください。
- tapeの初期状態は変数[tape]に入っています。初期状態は変えることができますが、両端に空白がそれぞれ2個以上「最後まで残る」様にして下さい。
- 最後のManipulateではテープをクリックしてdragすると、画面の大きさが変わります。

## ■ 補助program

```
In[2015]= ClearAll["Global`*"]

In[2016]= (*ヘッドの位置を[]で、状態は添字で表示する*)
qbracket[x_List] := (*状態+ヘッドの位置. プログラムの検証にGood*)
  ReplacePart[x[[2]], x[[1]][[2]] → Subscript["[" <> ToString[x[[2]][[x[[1]][[2]]]] <> "]", x[[1], 1]]]

In[2017]= (*out には TuringMachine[] の出力が入る*)
turing[out_] :=
Manipulate[
  Block[{now, tape, control, pos, state, contents, boxes},
    now = out[[step]];
    tape = now[[2]];
    control = now[[1]];
    pos = control[[2]];
    state = control[[1]];
    boxes = Graphics[Table[Line[{{i, 0}, {i + 1, 0}, {i + 1, 2}, {i, 2}, {i, 0}}], {i, 1, Length[tape]}]];
    contents = Graphics[Table[Text[Style[tape[[i]], Large], {i + .5, 1}], {i, 1, Length[tape]}],
      Green, Polygon[{{pos, -1}, {pos + 1, -1}, {pos + 1, -.5}, {pos + .5, 0}, {pos, -.5}}],
      Black, Text[Style[state, Medium], {pos + 0.5, -0.7}]];
    Show[{boxes, contents}], {step, 1, Length[out], 1}
```

## ■ main program

```
In[2018]= rule = {{1, " " } → {2, " ", -1}, {1, 1} → {1, 1, -1}, {2, " " } → {2, 1, 0}, {2, 1} → {3, 1, 1}, {3, " " } → {3, 1, 0},
  {3, 1} → {4, 1, 0}, {4, " " } → {5, " ", 1}, {4, 1} → {4, " ", 0}, {5, " " } → {20, " ", 0}, {5, 1} → {6, 1, 0},
  {6, " " } → {7, " ", 1}, {6, 1} → {6, 1, 1}, {7, " " } → {7, " ", 1}, {7, 1} → {8, " ", 0}, {8, " " } → {9, " ", 1},
  {8, 1} → {9, 1, 1}, {9, " " } → {30, " ", 0}, {9, 1} → {10, 1, 0}, {10, " " } → {11, " ", 1}, {10, 1} → {10, 1, 1},
  {11, " " } → {12, 1, 0}, {11, 1} → {11, 1, 1}, {12, " " } → {13, " ", 0}, {12, 1} → {12, 1, -1}, {13, " " } → {13, " ", -1},
  {13, 1} → {14, 1, 0}, {14, " " } → {15, " ", 0}, {14, 1} → {14, 1, -1}, {15, " " } → {15, " ", -1}, {15, 1} → {16, 1, -1},
  {16, " " } → {4, " ", 1}, {16, 1} → {16, 1, -1}, {20, " " } → {20, " ", 1}, {20, 1} → {21, " ", 0}, {21, " " } → {22, " ", 1},
  {21, 1} → {21, " ", 0}, {22, " " } → {23, " ", 1}, {22, 1} → {21, 1, 0}, {23, " " } → {24, " ", -1}, {23, 1} → {21, 1, 0},
  {24, " " } → {24, " ", -1}, {24, 1} → {25, 1, -1}, {25, " " } → {26, " ", 1}, {25, 1} → {25, 1, -1}, {26, " " } → {F, " ", 1},
  {26, 1} → {26, " ", 0}, {30, " " } → {30, 1, 0}, {30, 1} → {31, 1, -1}, {31, " " } → {31, " ", -1}, {31, 1} → {32, 1, -1},
  {32, " " } → {33, " ", -1}, {32, 1} → {32, 1, -1}, {33, " " } → {33, " ", -1}, {33, 1} → {34, 1, 1}, {34, " " } → {35, 1, 0},
  {34, 1} → {F, 1, 0}, {35, " " } → {35, " ", 1}, {35, 1} → {36, 1, 1}, {36, " " } → {36, " ", 1}, {36, 1} → {4, 1, 0}};

In[2019]= tape = PadRight[PadLeft[{1, 1, 1, 1, 1, " ", 1, 1}, 20, " "], 30, " "]
pos = FirstPosition[tape, 1][[1]];

Out[2019]= { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }

In[2021]= quotient = TuringMachine[rule, {{1, pos}, tape}, 188]
(*FirstPosition[quotient[[All,1,1]],F][[1]]
quotient=Take[quotient,%]*)

Out[2021]= {{{1, 13, 0}, { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }},
  {{1, 12, -1}, { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }},
  {{2, 11, -2}, { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }},
  {{2, 11, -2}, { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }},
  {{3, 12, -1}, { , , , , , , , , , , 1, 1, 1, 1, 1, 1, , 1, 1, , , , , , , , , }},
```



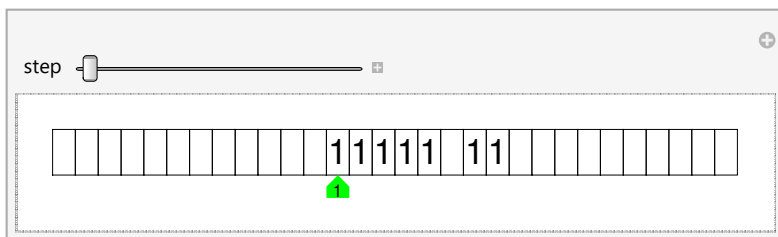


```

{{15, 19, 6}, { , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{15, 18, 5}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{15, 17, 4}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{16, 16, 3}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{4, 17, 4}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{4, 17, 4}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{5, 18, 5}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 18, 5}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 19, 6}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 20, 7}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 21, 8}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 22, 9}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 23, 10}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{20, 24, 11}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , 1, , , , }},
{{21, 24, 11}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{22, 25, 12}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{23, 26, 13}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{21, 26, 13}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{21, 26, 13}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{22, 27, 14}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{23, 28, 15}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 27, 14}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 26, 13}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 25, 12}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 24, 11}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 23, 10}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 22, 9}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 21, 8}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 20, 7}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 19, 6}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 18, 5}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 17, 4}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 16, 3}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 15, 2}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 14, 1}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{24, 13, 0}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{25, 12, -1}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{25, 11, -2}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{25, 10, -3}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{26, 11, -2}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{26, 11, -2}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }},
{{F, 12, -1}, { , , , , , , , , , 1, 1, 1, , , , 1, , , , , , 1, , , , , }}

```

In[2022]= turing[quotient]



Out[2022]=