

BB4 (状態数が4の Busy Beaver. Busy Beaver というのは空白のテープに同じ文字を有限個書くプログラム)

- これは ネット上の Turing machine simulator からお借りしました.
- Busy beaver(以下BB) については Cat on Mat がより詳しいです.
BB3 は3状態で6文字だが、このBB4は13文字が書ける。これが各々状態数が3と4のBBが描ける最大数らしい。
- 状態数がnで1文字のBBの書ける最大の文字数をB[n]とする。Cat on Mat によると
B[3]=6, B[4]=13, B[5]=4098, B[6]= 46×10^{1439} だそう。但しB[5], B[6]については正確な数字はまだ分かっていない。B[6]については決して分かることはないだろう。と言っています。
確かにB[x]は計算不可能なことが証明されていますが、虱潰しで求められる日が来れば面白いと思います。
- 2つのサイトのリンクを張っておきます。下の薄青色の文字をクリックしてください。

turing machine simulator

cat on mat (busy beaver)

- TuringMachineの仕様は TuringMachine[rules,初期状態,step数] となります。
ruleは{q,s}→{q',s',dir} (q:現在の状態,s:ヘッドの下文字,q':次の状態,s':ヘッドが書き込む文字,dir:ヘッドの進む方向.右,左,留の3通りで,+1,-1,0で指定)
初期状態は{{q0,pos},tape} (q0:最初の状態,pos:最初のヘッドの位置,tape:最初のテープの状態) となります。
例えば{1,a}→{2,b,+1} は「状態1でheadの文字がa」なら「ヘッドの下に文字bを書いて、ヘッドは右に1つ進み、内部状態は状態2へ移る」という事です。
- 同じ例は遷移図の方では「(1の書いてある丸)→(ab右)→(2の書いてある丸)」と表されます。
- tapeの初期状態は変数[tape]に入っています。初期状態は変えることができますが、両端に空白がそれぞれ2個以上「最後まで残る」様にして下さい。
- 最後のManipulateではテープをクリックしてdragすると、画面の大きさが変わります。

■ 補助program

```
ClearAll["Global`*"]
```

(*ヘッドの位置を[]で、状態は添字で表示する*)

```
qbracket[x_List] := (*状態+ヘッドの位置. プログラムの検証にGood*)
```

```
ReplacePart[x[[2]], x[[1]][[2]] → Subscript["[" <> ToString[x[[2]][[x[[1]][[2]]]] <> "]", x[[1], 1]]]
```

(*状態FがTuringMachine[]の出力=outに最初に現れる位置.*)

```
posF[x_] := FirstPosition[x[[All, 1, 1]], F][[1]] - 1
```

```
turing[out_] :=
```

```
Manipulate[
```

```
Block[{now, tape, control, pos, state, contents, boxes},
```

```
now = out[[step];
```

```
tape = now[[2];
```

```
control = now[[1];
```

```
pos = control[[2];
```

```
state = control[[1];
```

```
boxes = {Line[{{1, 0}, {1, 2}}, Table[Line[{{i, 0}, {i + 1, 0}, {i + 1, 2}, {i, 2}}, {i, 1, Length[tape]}]}];
```

```
contents = {Table[Text[Style[tape[[i]], Large], {i + .5, 1}], {i, 1, Length[tape]}],
```

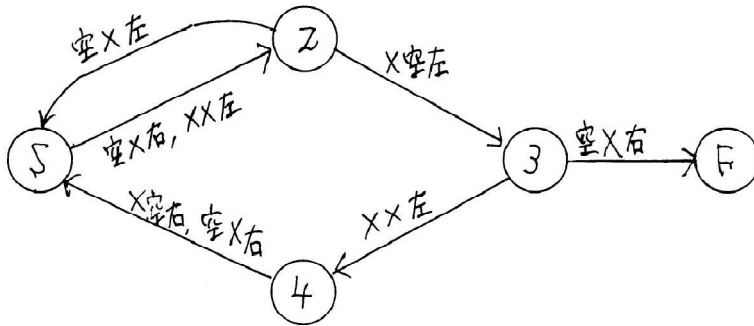
```
Green, Polygon[{{pos, -1}, {pos + 1, -1}, {pos + 1, -.5}, {pos + .5, 0}, {pos, -.5}]}],
```

```
Black, Text[Style[state, Medium], {pos + 0.5, -0.7}]}];
```

```
Graphics[{boxes, contents}], {step, 1, Length[out], 1}]
```

■ main program

```
Import["https://mixedmoss.com/mathematica/turing/jpg/BB4.jpg"]
```



```
rule = {{s, " " } -> {2, X, +1}, {s, X} -> {2, X, -1}, {2, X} -> {3, " ", -1}, {2, " " } -> {s, X, -1},
  {3, " " } -> {F, X, +1}, {3, X} -> {4, X, -1}, {4, X} -> {s, " ", +1}, {4, " " } -> {4, X, +1}};
```

```

tape = Table[" ", {i, 1, 18}]
bb4 = TuringMachine[rule, {{s, 13}, tape}, 107];
qbracket /@%
{ , , , , , , , , , , , , , , , , , }
{{ , , , , , , , , , , [ ]s, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [ ]2, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [X]s, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , [ ]2, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [ ]s, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [X]2, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [X]3, , X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , [ ]4, X, , X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, [X]4, , X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, , [ ]s, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , X, [X]2, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, , [X]3, , X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, [ ]4, X, , X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, [X]4, , X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, , [ ]s, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, , X, [X]2, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, , [X]3, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, [ ]4, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, [X]4, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, , [ ]s, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, , X, [ ]2, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, , [X]s, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, [ ]2, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, [X]s, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, [X]2, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , [X]3, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [ ]4, X, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [X]4, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , [ ]s, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, , X, [X]2, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , [X]3, , X, X, X, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [ ]4, X, , X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, [X]4, , X, X, X, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, , [ ]s, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, , X, [X]2, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, , [X]3, , X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, [ ]4, X, , X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, [X]4, , X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, , [ ]s, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, , X, [X]2, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, , [X]3, , X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, [ ]4, X, , X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, X, [X]4, , X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, X, , [ ]s, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, X, , X, [X]2, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, X, , [X]3, , , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, [ ]4, X, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, [X]4, , , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, , [ ]s, , , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, , X, [ ]2, , , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, , [X]s, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, X, X, X, [ ]2, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, [X]3, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [X]4, X, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , [X]s, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [ ]2, X, , X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [ ]s, X, X, X, X, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [X]2, X, X, X, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [X]3, , X, X, X, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , [ ]4, X, , X, X, X, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, [X]4, , X, X, X, , X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, , [ ]s, X, X, X, X, X, , X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , X, [X]2, , X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, , [X]3, , X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, , [ ]4, X, , , X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, [X]4, , , X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, , [ ]s, , X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, , X, [ ]2, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, X, , [X]s, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, X, [ ]2, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , X, [X]s, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , [X]2, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , },
{ , , , , , , , , , , [ ]3, , X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }, { , , , , , , , , , , X, [ ]F, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, X, , , , , }}

```

turing[bb4]

