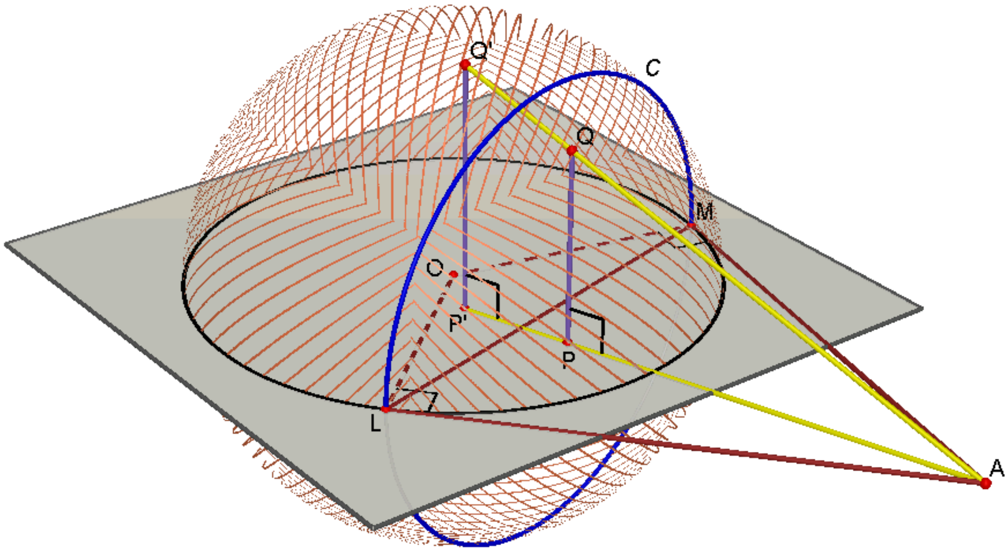
２．クラインモデルの鏡像変換，基本図形の作図

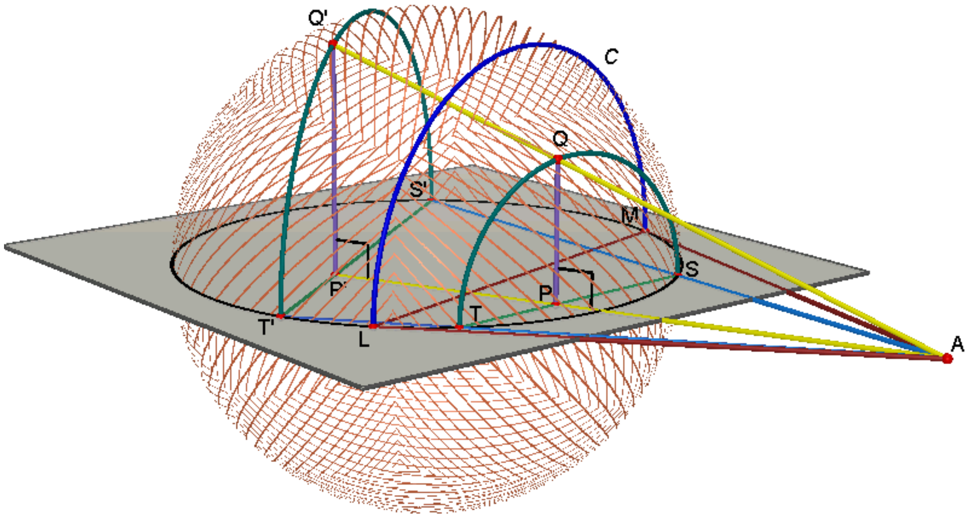
2-1. 半球面を利用した鏡像変換の作図



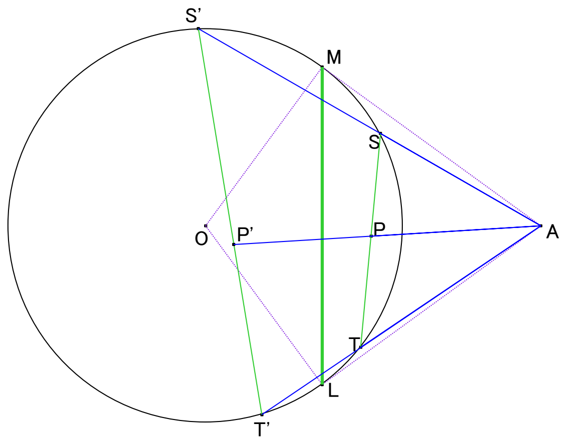
半球面モデル上の任意の点を Q ,を直線 LM に関して対称移動した点を Q' ，L と M に於ける単位円の 2 接線の交点を A とすると,「半直線 AQ と上半球面の交点が Q'」となります.
(半球面モデル 4- 2） Q , Q' に対応する**クラインモデル**上の点を P , P' とすると，**クライン**
モデル上で 双曲的直線 LM に関し P と P' は対称と定めます.

2-2. 射影を利用した鏡像変換の作図

「半球面を使わずに」 双曲的直線 ML に関する P の鏡像を作図することができます.



クラインモデル上で,「 P を通る任意の弦 ST を引き，半直線 AS，AT と単位円の交点をそれぞれ S', T'，さらに線分 S' T' と半直線 AP の交点を P' とします.



任意の S,T に対し， S', T' は双曲的直線 LM に関する鏡像になります．故に，双曲的直線 ST の LM に関する鏡像は，線分 S' T' です．よって P' は P の LM に関する鏡像です.

この作図は，半球を必要としません．さらに S, T を動かしても P' は動きません.

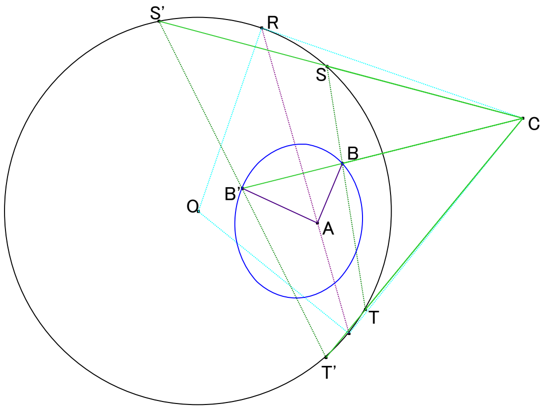
2-2-1. Cabri による検証

S を Drag して下さい．線分 ST が動いても， P' は動きません.

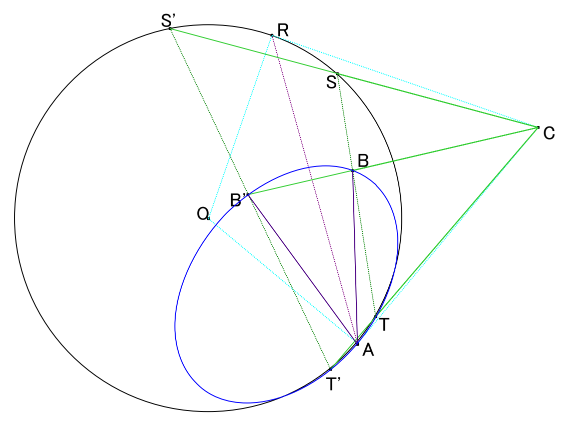
mirror&projection.html

2- 3．基本図形（ 双曲的円，極限円，等距離線）の作図

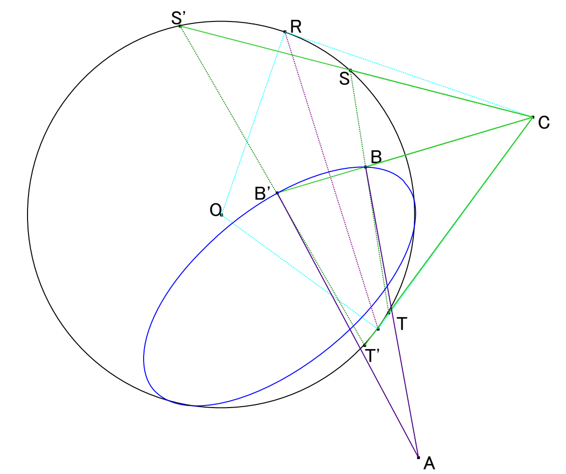
「点 A が中心，１点 B を通る双曲的円」を **鏡像変換**(2-2) を利用して作図してみます．単位円 K 上に動点 R をとり，双曲的直線 AR の極点(2 接線の交点)を C，さらに B を通る適当な双曲的直線 ST をとり，半直線 CS,CT と単位円の交点を S',T',半直線 CB と線分 S'T' の交点を B' とします．双曲的直線 AR に関する対称移動を f とすると，f によって A は動かず，B は B' へ移ります．故に [A,B]=[A,B']（[A,B] は双曲的線分 AB の長さとします）よって R が K 上を一周すると，B' の軌跡は「A が中心で B を通る双曲的円」となります．



また，同じ作図で A が単位円上にあれば B' の軌跡は「極限円」，A が単位円の外側にあれば「等距離線」となります．(証明は「射影クラインモデル 2-2」）



A が単位円上にあるときは「極限円」



A が単位円外にあるときは「等距離線」

2-3-1.　CabriⅡによる検証.

点 R を Drag してみて下さい．B' が双曲的円上を動きます．また，点 A や B を Drag すると「極限円」や「等距離線」に 変化します．　　　how_to_draw_circles.html