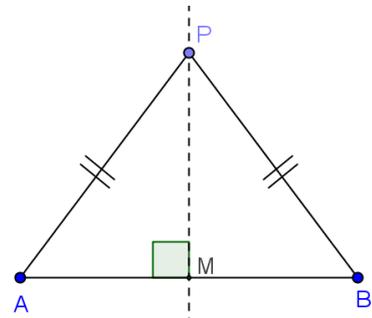


3. 垂直二等分線

3-1. 垂直二等分線の定義

2 定点 A, B からの距離が等しい点 P の軌跡 を H における AB の垂直二等分線 とします. ($disH(A, P) = disH(B, P)$)
簡単のため 以後は 垂直二等分線 と書きます.

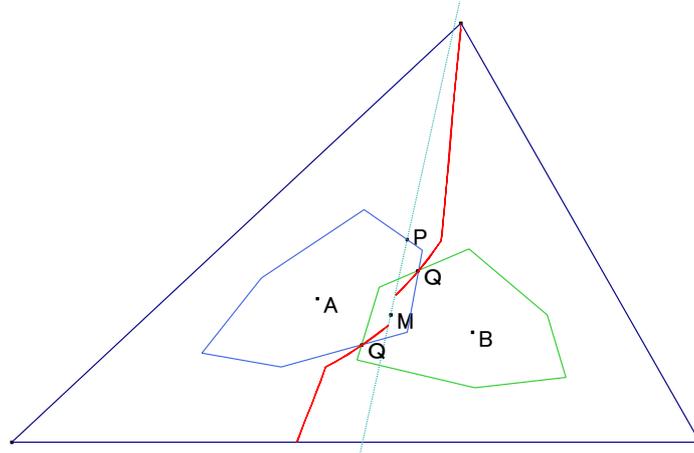
H では, 垂直二等分線は直線とは限りません.



3-2. 垂直二等分線の作図

円を利用すると簡単に垂直二等分線が作図できます. すなわち,

1. AB の中点 M ($disH(A, M) = disH(B, M)$) となる直線 AB 上の点) を通る適当な直線 l を作り, その上に動点 P をとる.
2. A が中心で点 P を通る円と, B が中心で P を通る円を作り, その交点を Q とする.
3. P が l 上を動いた時の Q の軌跡が, AB の垂直二等分線となる.



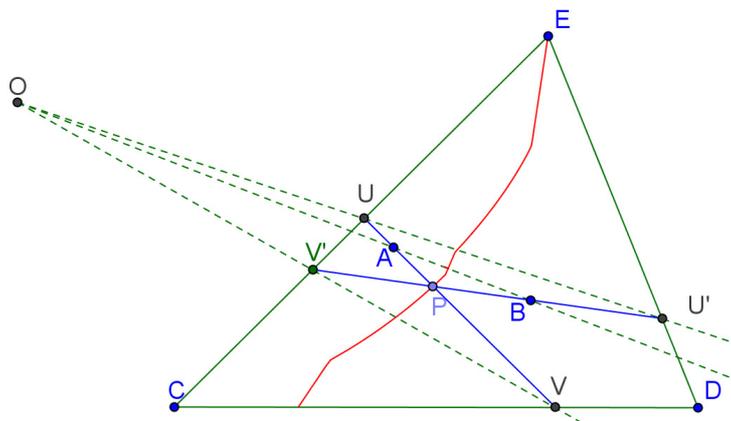
l は いわば「道案内」で「適当な直線」であれば良く, M を通る必要もありません.
なお, 射影を利用して作図することも出来ます. この方が「軽い」ですが, プログラミングは かなり複雑になります. この頁以降では, 主に射影を利用して 垂直二等分線を作図しています.

Cabri による検証

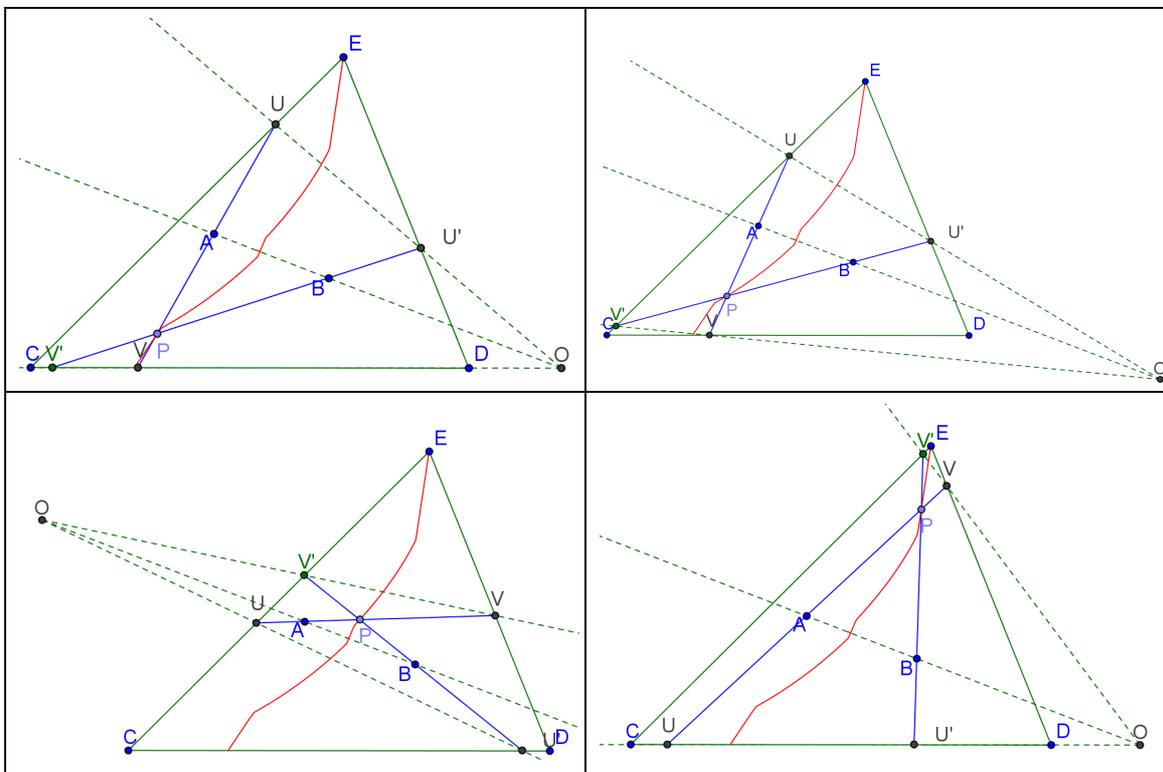
[perpendicular bisector.fig](#)

3-3. 垂直二等分線と射影

下図では、 O からの射影で線分 UV が線分 $U'V'$ へ移っています。この射影で、点 P は不動、点 A は点 B に移されるので $disH(A,P) = disH(B,P)$ 。ゆえに P は AB の垂直二等分線上の点です。逆に垂直二等分線上の任意の点 P に対し、このような射影（背景写像）が存在します。しかし射影の中心 O は 一般には定点ではありません。境界 K が多角形の場合は、 O は直線 AB と適当な 2 次曲線の交点となります。この 2 次曲線の式は P の位置によって変わります。



境界が三角形の時、 O の位置の変化を、アニメーションで見てください。（左上→右下）



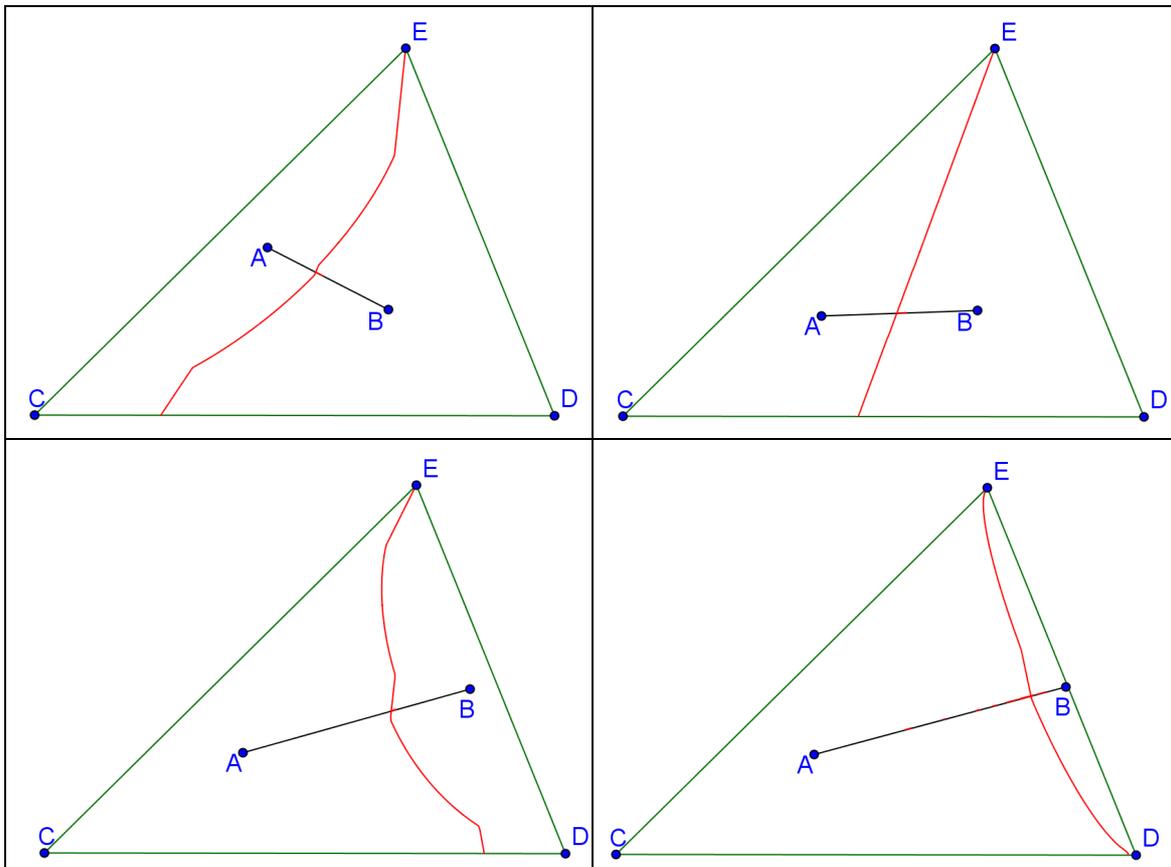
[perpendicular bisector\(n=3\).ggb](#)

3-3. 垂直二等分線の形

垂直二等分線は一般には直線ではなく、2次曲線ですらありません。

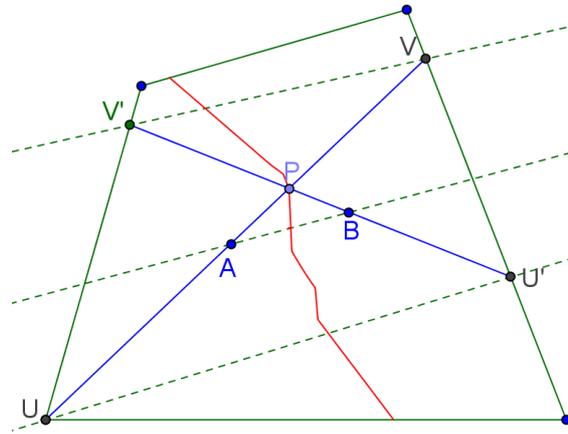
3-3-1. 3 三角形内の垂直二等分線

垂直二等分線は、三角形の頂点を少なくとも 1 つ通ります。様々な形があります。境界の近くでは、殆どの場合 ユークリッド的線分となります。

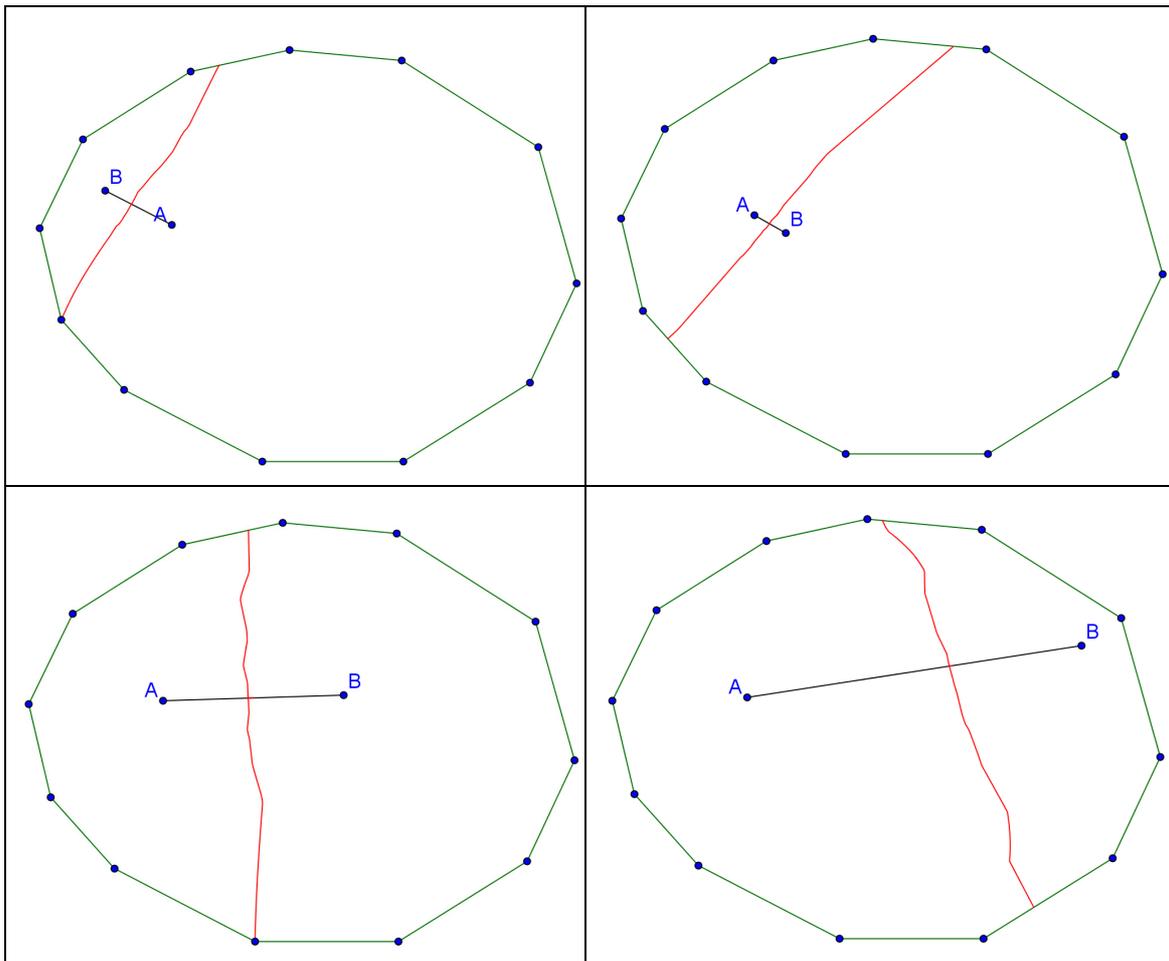


3-3-2. n 角形($n \geq 4$) 内の垂直二等分線

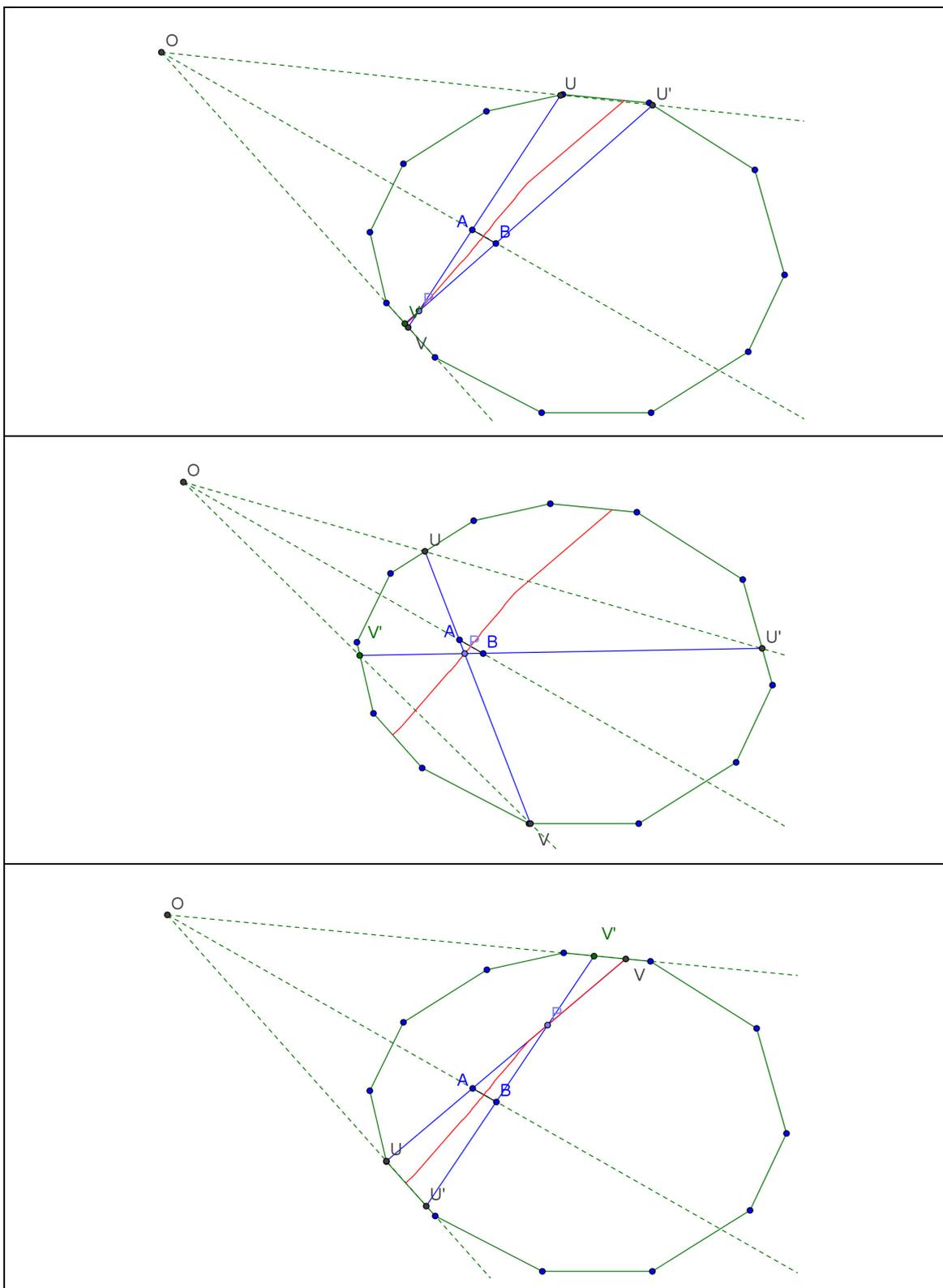
$n \geq 4$ の時, 垂直二等分線は, 多角形の頂点を通るとは限りません. 下図は $n = 4$ です.



n がさらに大きくなり, 境界の形が conic(2次曲線)に近づくと, 垂直二等分線も直線に近づきます. 下図は $n = 12$ です.

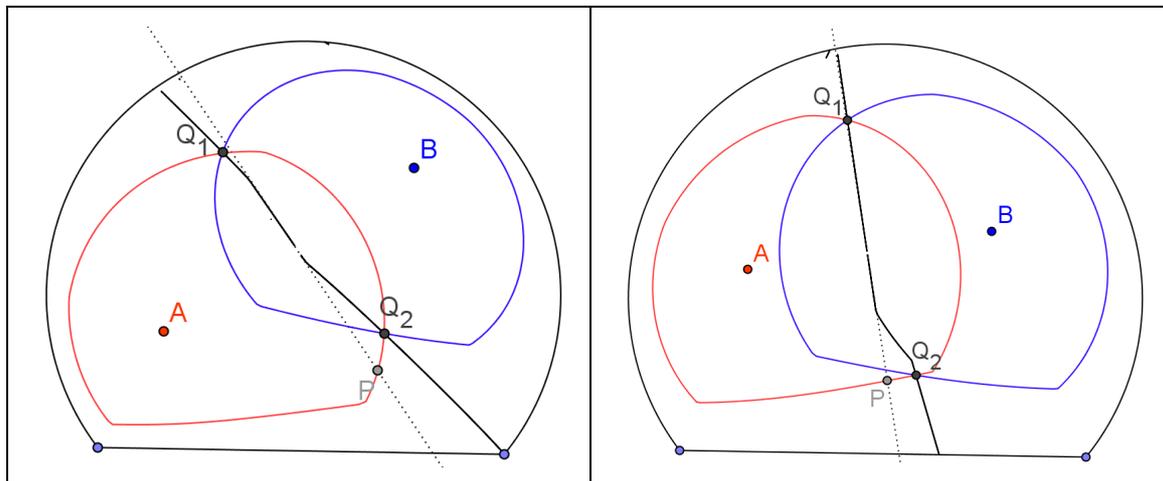


垂直二等分線が直線に近づくのみならず，中心 O の移動も少なくなります．下図では AB の垂直二等分線上を点 P が移動しますが， O は殆ど動きません．



3-3-3. 円弧と1線分で囲まれた領域内の垂直二等分線

これは円を利用して描きました。 Q_1, Q_2 を通る黒い曲線が垂直二等分線です。「非常に重い」ですが、動かしてみると、左図のように、円弧と線分の交点を通ることが多い事が分かります。また垂直二等分線は、2次曲線と線分で構成されます。



3-3-4. Geogebra による検証

多角形； $n = 3, 4, 6, 12$ の場合の垂直二等分線です。 $n = 3$ のファイルは、既出です。

[perpendicular bisector\(n=3\).ggb](#)

[perpendicular bisector\(n=4\).ggb](#)

[perpendicular bisector\(n=6\).ggb](#)

[perpendicular bisector\(n=12\).ggb](#) (重いです)

[perpendicular bisector.ggb](#)

円と1線分;

[perpendicular bisector in a moon.ggb](#) (重いです)

「perpendicular(n=3).ggb」から「perpendicular(n=12).ggb」までの4個のファイルは全て同じプログラムです。「perpendicular bisector.ggb」に点を追加しファイルを作成しました。追加の方法は **2-5-1** (circumference in polygon.ggb)と同じです。

詳しくは [こちら](#) をご覧ください。残念ながら **2-5-1** と違って、エラーが頻出します。

(^_^)