

4. 平行, 超平行

4.1. 平行, 超平行の定義

LとMは双曲的直線とします。「一致」, 「交わる」の定義は, ユークリッド平面と同じです. 更に,

LとMが **平行** とは, 「無限遠点を共有するか または, ともに実軸に平行」,

LとMが **超平行** とは, 「共有点がない (無限遠点さえ共有しない)」

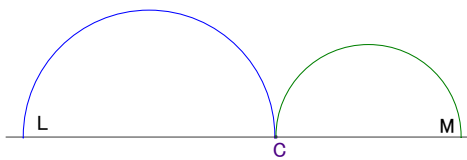
とします. さらに「上半平面は, 上方遙かかなた($y \rightarrow \infty$) に無限遠点を一個もつ」とし「実軸に平行な直線は, この無限遠点を共有する」と定めると, 平行の定義は, 次のように簡略化できます.

LとMが**平行** \Leftrightarrow 「無限遠点を一個共有する」

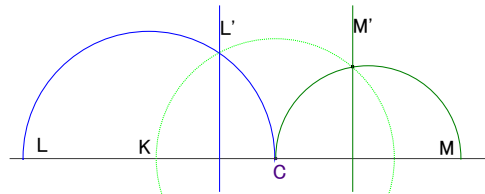
ユークリッド平面と違い, 異なる2直線が無限遠点を2個共有することはできません.

4.2. 平行線の例

例1の2直線L,Mは無限遠点Cを共有するので **平行** です. そしてCが中心の円Kに関する鏡像によって, L, Mは実軸に平行な直線L', M'へ移り, L'とM'も平行となります. (例2) すなわち「互いに平行な2直線は 双曲的移動によっても平行」です.



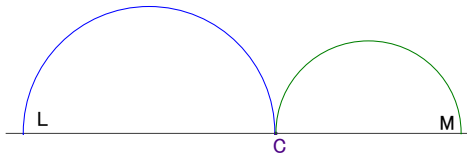
【例1】 LとMは無限遠点Cを共有し平行



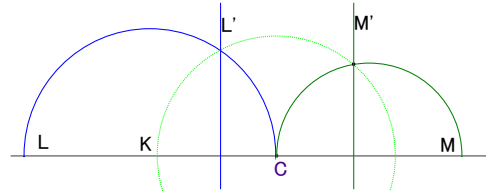
【例2】 LとMは虚軸上方で, 無限遠点 $[\infty]$ を共有し平行

4.3. 平行線の性質

4.3.1 一方の向きに進むと限りなく近づくが、他方の向きには限りなく離れる



【例1】 LとMは無限遠点Cを共有し平行

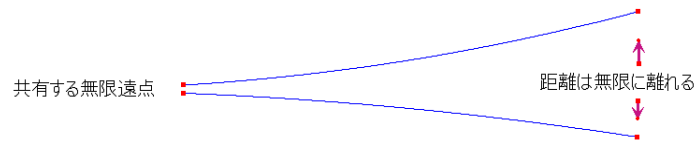


【例2】 LとMは虚軸上方で、無限遠点「 ∞ 」を共有し平行

「 $ds = \frac{|dz|}{y}$ 」(1-1) なので、右上図では「 $y \rightarrow \infty$ 」の時、L'とM'の距離は限りなく近づきます。

逆に「 $y \rightarrow 0$ 」の時は、L'とM'は限りなく離れます。同様に、左上図で、LとMは無限遠点Cの方向に進めば限りなく近づきますが、反対向きに進むと限りなく離れます。即ち、

平行な2直線は、平行の向きに進むと限りなく近づくが、他方の向きには限りなく離れます



【注】上の図は「イメージ図」です。

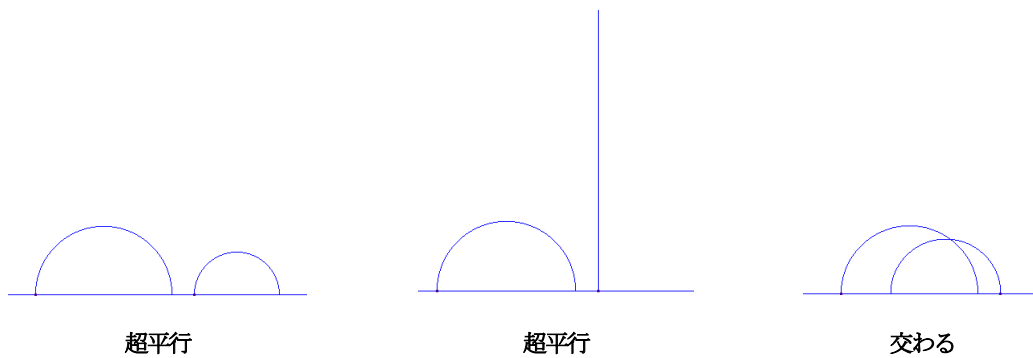
4.3.2. 双曲的直線Lに対し、L外の1点Aを通りLと平行な双曲的直線は 2本引けます。

下図で、Aを通りLに平行な直線は、共にNとMです。常に、ちょうど2本引けます。

<p>Lが実軸に平行な直線（無限遠点はXと「∞」）のとき</p>	<p>Lが実軸に中心を持つ円（無限遠点はXとY）のとき</p>

4.4. 超平行

左下図, 中央下図の2直線は超平行です. また右下図の2直線は交わっています. 「超平行線の一方の端をだんだん近づけて行って, 交わる直前の状態が平行」です. ユークリッド平面では, 「交わらない=平行」で, 適当に2本の直線を引くと, (無限に伸ばせば) 普通は交わります. しかし, H^+ では, 適当に2本の直線を引き, 無限に伸ばしても交わらないのは「ごく当たり前」です.



4.5 Cabri IIによる検証 (平行, 超並行, 交わる)

A,B,C と P を動かして, 「平行」, 「超平行」, 「交わる」の3つを確認してみてください. (pop up が変化します.)

<parallel&superparallel.html>